

Matematika

A hat évfolyamos gimnáziumi képzésben a matematika tanulása-tanítása során a tudástartalmak fokozatosan válnak egyre elvontabbá. A konkrét tárgyi tevékenységekből indulva a képi szemléltetések, ábrázolások mellett egyre inkább megjelennek a szimbolikus modellek. A tanuló a fogalmak, jelenségek elemzése útján eljut azok megértésen alapuló meghatározásához, a definíciók előkészítése során tulajdonságokat, sejtéseket fogalmaz meg, s kialakul a megoldást alátámasztó indoklás igénye. Felismeri a matematika kisebb egységeinek belső struktúráját.

A 7–8. évfolyamon a tanítás fő módszere a felfedeztetés, a konkrét tevékenységből, játékból, hétköznapi szituációból fakadó indukció. A tanuló konkrét helyzetek megoldására modelleket, stratégiákat alkalmaz és alkot, ezáltal fejlődik problémamegoldó és problémaalkotó képessége.

A 9. évfolyamtól kezdődően hangsúlyosabbá válik a tanuló önálló, rendszerezett, logikus gondolkodásának fejlesztése. A spirális felépítésnek megfelelően – a korábbi képzési szakaszok során megszerzett készségekre, képességekre és ismeretekre alapozva – egyre absztraktabb formában épül fel a matematika belső struktúrája (fogalmak definíciója, tételek, bizonyítások).

Jól megválasztott problémák tárgyalása során válik a tanulók számára is szükségessé az új fogalmak bevezetése és pontos definiálása. Tanári irányítással a tételek, általános összefüggések is felfedeztetethetők. Ezen folyamat során fejlődik a tanulók szintetizáló és modellalkotó képessége. A felfedezett tételek és összefüggések egy része bizonyítás nélkül is gyarapítja a matematikai eszköztárat. A bizonyítások, indoklások önálló felfedezése fejleszti a tanulók érvelési képességét, mérlegelő gondolkodását. Néhány tétel bizonyítása elengedhetetlen része a matematika tanításának, hiszen a bizonyításokon keresztül mutatható meg a matematika logikus és következetes felépítése.

A matematikai játékok, logikai feladványok fejlesztik a stratégiaalkotást, az algoritmikus gondolkodást, a kreativitást és a gondolkodás rugalmasságát. A kombinatív képességek területén a lehetőségek strukturált felsorolásából fokozatosan kialakulnak a rendszerezést segítő konkrét eszközök, stratégiák alkalmazásának készségei.

A matematika a maga hagyományos és modern eszközeivel segítséget ad a természettudományok, az informatika, a technika és a humán tanulási területek ismeretanyagának tanulmányozásához, a mindennapi problémák, a természeti és a gazdasági folyamatok értelmezéséhez és kezeléséhez. A tanulók megtapasztalják a matematika alkalmazhatóságát, hasznosságát.

A tanuló társaival közösen tervez és hajt végre kooperatív tevékenységeket, projekteket. A közös munkában érvel, képes a vitára, az érvei ütköztetésére. Mérlegeli és kontrollálja mind a társai, mind a saját véleményét.

Az új fogalmak, magasabb szintű absztrakciót igénylő tudástartalmak bevezetésekor az egyéni adottságokhoz, ismeretekhez alkalmazkodó differenciálás biztosítja a megfelelő tempójú haladást annak a tanulónak, akinél ezek a lépések hosszabb időt, több szemléltetést igényelnek. Ezzel a lassabban haladó tanuló sem veszíti el érdeklődését a matematika iránt.

A tanuló digitális eszközöket, a tanulást, a szemléltetést, a tapasztalatszerzést és a felfedezést segítő szoftvereket, digitális információforrásokat használ, a matematika alkalmazását segítő számítógépes programokat ismer meg. Aktív résztvevője a tanulási-tanítási folyamatnak, ami lehetővé teszi azon

kompetenciáinak és tervezési stratégiáinak a fejlődését, amelyek segítik a mai gyorsan változó világban való eligazodást és a különböző élethelyzetekben előforduló problémák megoldását.

7–8. évfolyam, speciális matematika

A 7–8. évfolyamon a korábbinál nagyobb hangsúlyt kap az elvonatkoztatás és az absztrakció képességének fejlesztése, miközben továbbra is megmarad a szemléltetés és az eszközök használata. Elvárható a tapasztalatok általános megfogalmazása, a mindennapi életből vett szöveges problémák matematikai szempontú értelmezése, a megsejtett összefüggések indoklásának igénye és a tanult matematikai fogalmakat megnevező szakkifejezések helyes használata. Fejlődik a vitatkozás és az érvelés kultúrája az osztálytársakkal és a szaktanárral.

A 7–8. évfolyamon továbbra is tematikus elrendezésben követik egymást az egyes fejezetek: *Halmazok, számhalmazok; Matematikai logika, kombinatorika, gráfok; Számelméleti ismeretek; Műveletek racionális számokkal, arányosság, százalékszámítás, hatvány, hatványazonosságok, négyzetgyök; Egyenletek, szöveges feladatok. Egyenlőtlenségek; Számolás betűs kifejezésekkel. Nevezetes azonosságok; Algebrai törtek; Függvénytan, Síkbeli alakzatok; Transzformációk, szerkesztések; Térgeometria; Leíró statisztika; Valószínűség-számítás.* Az egyes területek ismeretanyaga jelen van más témakörökben is, folyamatosan gazdagítva a szakmai eszköztárat. A szöveggel megfogalmazott hétköznapi és matematikai problémák megoldása tervek, vázlatok alapján, általánosabb eljárási módokat, gyakran algoritmusokat alkalmazva történik.

Az ismeretek bővülésével lehetővé válik a más tantárgyakhoz való kapcsolódás, a kitekintés lehetősége, a témák rendszerezése, több területen való megjelenése. A nevelési-oktatási szakasz során egyre komplexebbé válik a szemléletmód.

A szemléltetést, a megértést, az órai vagy házi feladatok megoldását és a gondolatmenet bemutatását a tanulók által használható digitális eszközök, szoftverek és online felületek is támogatják.

A 7–8. évfolyamon, a speciális matematika csoportban a Matematika tantárgy óraszám: 204 - 204 óra. Az egyes témakörökhöz írt óraszámok javaslatok. Az új ismeretek a teljes óraszám negyötöd része alatt a legtöbb diák számára elsajátíthatók, így a fennmaradó órák felhasználhatók a tanult ismeretek mélyítésére, ismétlésre, gyakorlásra, felzárkóztatásra, tehetséggondozásra és számonkérésre.

A témakörök áttekintő táblázata:

Témakör neve	Javasolt óraszám 7. évfolyam	Javasolt óraszám 8. évfolyam
Halmazok, számhalmazok	16	8
Matematikai logika, kombinatorika, gráfok	33	30
Számelméleti ismeretek	23	18
Műveletek racionális számokkal, arányosság, százalékszámítás, hatvány, hatványazonosságok, négyzetgyök	18	6
Egyenletek, szöveges feladatok. Egyenlőtlenségek, (szorzatok és törtek előjelének vizsgálata)	20	8
Számolás betűs kifejezésekkel. Nevezetes azonosságok	12	18
Algebrai törtek	0	16
Függvénytan	14	24
Síkbeli alakzatok	28	20
Transzformációk, szerkesztések	22	20
Térgeometria	18	14
Leíró statisztika	0	12
Valószínűség-számítás	0	10
Összes óraszám:	204	204

TÉMAKÖR: Halmazok, számhalmazok

JAVASOLT ÓRASZÁM: 16 + 8 óra

TANULÁSI EREDMÉNYEK

A témakör tanulása hozzájárul ahhoz, hogy a tanuló a nevelési-oktatási szakasz végére:

- látja a halmazműveletek és a logikai műveletek közötti kapcsolatokat;
- véges halmazok elemszámát meghatározza;
- alkalmazza a logikai szita elvét.

A témakör tanulása eredményeként a tanuló

a 7. évfolyam végére:

- Elemeket halmazba rendez több szempont alapján;
- Ismeri a halmaz megadási módjait;
- Ismeri az üres halmaz fogalmát;
- Rutinszerűen használja a Venn-diagramot szemléltetésre;
- Részhalmazokat konkrét esetekben felismer és ábrázol;
- Számokat, számhalmazokat, halmazműveleti eredményeket számegyenesen ábrázol;
- Véges halmaz kiegészítő halmazát (komplementerét), véges halmazok közös részét (metszetét), egyesítését (unióját), különbségét, szimmetrikus differenciáját képezi és ábrázolja konkrét esetekben;
- Ismeri a racionális számokat, tud példát végtelen nem szakaszos tizedes törtre;
- A Venn-diagram egyes tartományait képes halmazelméleti műveletekkel leírni, és fordítva: halmazműveleti jelekkel leírt tartományt képes a Venn-diagramon bejelölni;
- Halmazműveleteket képes végezni intervallumok között, és az eredményt tudja ábrázolni számegyenesen;
- Tud megoldani példát logikai szita segítségével kettő, illetve három halmaz esetén;
- Képes geometriai alakzatokat osztályozni tulajdonságaik alapján, és halmazábrában elhelyezni őket.

a 8. évfolyam végére:

- Halmazműveletekre felírt azonosságokat képes igazolni Venn-diagram segítségével;
- Ismeri a de Morgan azonosságokat;
- Tudja az n elemű halmaz részhalmazainak a számát;
- Képe van arról, hogy mit jelent a megszámlálhatóan végtelen
- Ismeri és használja a logikai szita formuláját $n \geq 2$ halmaz esetén.

FEJLESZTÉSI FELADATOK ÉS ISMERETEK

- Halmazokba rendezés több szempont szerint
- Halmazábra készítése
- Számok, számhalmazok, halmazműveleti eredmények szemléltetése számegyenesen
- Részhalmazok felismerése és ábrázolása konkrét esetekben
- Véges halmaz kiegészítő halmazának (komplementerének), véges halmazok metszetének és uniójának megállapítása ábrázolás segítségével konkrét esetekben
- Természetes számok, egész számok, racionális számok halmazának ismerete, halmazábrájuk elkészítése

- Véges és végtelen szakaszos tizedes törtek ismerete
- Példa végtelen nem szakaszos tizedes törtre
- Intervallumok szemléltetése számegyenesen
- Részhalmazok számának meghatározása konkrét esetekben
- Véges halmazok különbségének megállapítása ábrázolás segítségével konkrét esetekben
- Logikai szita formulájának ismerete

FOGALMAK

kiegészítő halmaz (komplementer), metszet, unió, természetes szám, egész szám, racionális szám, véges, végtelen szakaszos és végtelen nem szakaszos tizedes tört, alaphalmaz, halmazok különbsége, intervallum

JAVASOLT TEVÉKENYSÉGEK

- Konkrét elemek válogatása több adott tulajdonság szerint
- Egy konkrét válogatás szempontjainak felfedeztetése
- Konkrét halmaz elemeiből 1, 2, ... elemű részhalmazok képzése
- Legfeljebb 4 elemű halmaz esetén az összes részhalmaz előállítása
- Példák és ellenpéldák mutatása részhalmazra, például $A = \{\text{paralelogrammák}\}$ halmaz részhalmaza $B = \{\text{rombuszok}\}$, nem részhalmaza $C = \{\text{deltoidok}\}$
- Konkrét elemek szétválogatása adott tulajdonság és a tagadása szerint, például az osztály tanulói közül az iskolától legfeljebb 1 km-re élők és a távolabb lakók
- Konkrét elemek két-három tulajdonság szerinti válogatása során a mindegyik tulajdonsággal rendelkező elemek, a pontosan egy tulajdonsággal, a pontosan két tulajdonsággal és az egyetlen tulajdonsággal sem rendelkező elemek elhelyezése a halmazábrán
- A legalább egy tulajdonsággal rendelkező elemek felsorolása
- Logikai szita megtapasztalása, például 5 piros meg 4 kör összesen 7 elem a logikai készletből
- Csoportmunkában különböző közönséges törtek átírása úgy, hogy minden lehetséges tizedes tört típus alakja előforduljon; a tapasztalatok megbeszélése, irányított összegzése
- Játék makaó jellegű kártyával: törtek különböző alakjainak keresése
- Számhalmazok megjelenítése relációkkal, intervallum jelöléssel és számegyenesen
- Legfeljebb 4 elemű halmaz esetén az összes részhalmaz számának meghatározása; kitekintés az általánosítás felé
- Konkrét elemek két-három tulajdonság szerinti válogatása során a pontosan egy tulajdonsággal rendelkező elemek és a különbség művelet kapcsolatának bemutatása a halmazábrán

TÉMAKÖR: Matematikai logika, kombinatorika, gráfok

JAVASOLT ÓRASZÁM: 33 + 30 óra

TANULÁSI EREDMÉNYEK

A témakör tanulása hozzájárul ahhoz, hogy a tanuló a nevelési-oktatási szakasz végére:

- látja a halmazműveletek és a logikai műveletek közötti kapcsolatokat;
- megállapítja egyszerű „ha ... , akkor ...” és „akkor és csak akkor” típusú állítások logikai értékét;
- tud egyszerű állításokat indokolni és tételeket bizonyítani.
- matematikai vagy hétköznapi nyelven megfogalmazott szövegből a matematikai tartalmú információkat kigyűjti, rendszerezi;
- a problémának megfelelő matematikai modellt választ, alkot;

- a kiválasztott modellben megoldja a problémát;
- megold sorba rendezési és kiválasztási feladatokat;
- konkrét szituációkat szemléltet és egyszerű feladatokat megold gráfok segítségével;
- véges halmazok elemszámát meghatározza;
- alkalmazza a logikai szita elvét.

A témakör tanulása eredményeként a tanuló

a 7. évfolyam végére:

- összeszámlálási feladatok megoldása során alkalmazza az összes eset áttekintéséhez szükséges módszereket;
- tanult minták alapján néhány lépésből álló bizonyítási gondolatsort megért és önállóan összeállít;
- a logikus érvelésben a matematikai szaknyelvet következetesen alkalmazza társai meggyőzésére;

-
- sorba rendezési és kiválasztási problémákat old meg
 - alkalmazza a tanultakat pl. halmaz részhalmazainak összeszámlolásához
 - ismeri és alkalmazni tudja a skatulya-elvet

a 8. évfolyam végére:

- igaz és hamis állításokat fogalmaz meg;
 - konkrét szituációkat szemléltet gráfok segítségével
-
- ismeri a teljes indukció módszerét és alkalmazza bizonyos összegzési képletekre
 - binomiális együtthatók közötti összefüggéseket több módszerrel bizonyítja

FEJLESZTÉSI FELADATOK ÉS ISMERETEK

- Igaz és hamis állítások felismerése, önálló megfogalmazása
 - A matematikai logika egyszerű, a korosztály számára érthető szakkifejezéseinek ismerete és használata
 - Egyszerű stratégiai és logikai játékok
 - Konkrét helyzethez kötött sorba rendezési problémák megoldása kör mentén is
 - Konkrét helyzethez kötött kiválasztási problémák megoldása a sorrend figyelembevételével és anélkül
 - Az összes eset összeszámlálása során rendszerezési sémák használata: táblázat, ágrajz, szisztematikus felsorolás
 - Gráfok alkalmazása konkrét szituációk szemléltetésére
-
- A komplementer módszer alkalmazása leszámítási feladatok megoldása esetén
 - Skatulya-elv ismerete és alkalmazhatóságának felismerése
 - Definíció és tétel közötti különbség felismerése
 - Teljes indukció módszerének megismerése és alkalmazása

FOGALMAK

„minden”, „van olyan”, gráf, gráf csúcsa, gráf éle

„ha ..., akkor ...”, sejtés, módszeres próbálkozás, cáfolat

permutáció, variáció, kombináció, binomiális együttható
teljes gráf, komplementer gráf, fagráf
(sokszöghálók, testhálók)
teljes indukció

JAVASOLT TEVÉKENYSÉGEK

- „Bíróági tárgyalás” játék
 - „Einstein-fejtörő” típusú játék
 - „Rontó” játék
 - NIM játék; táblás játékok
 - Az osztályteremben néhány tanuló feltételekkel vagy anélkül való elhelyezkedési lehetőségeinek lejátszása, összeszámlálása kör mentén, fal mellett
 - Golyók sorba rendezése (lehetnek köztük egyformák is)
 - Ábrák színezése, színezési lehetőségek összeszámlálása
 - Lehetséges útvonalak összeszámlálása
 - Fagylalt vásárlása kehelybe vagy tölcsérbe
 - Számkártyás feladatok megoldása
 - Gráfok alkalmazása kézfogások, köszöntések, körmérkőzések (visszavágóval vagy anélkül), családfák, ismeretségek szemléltetésére, különböző feltételek szerinti esetszétválasztás áttekintésére
 - Logikai készlet épülésének szemléltetése gráffal
-
- Binomiális együtthatókra vonatkozó összefüggések bizonyítása és szemléltetése Pascal-háromszög segítségével
 - Teljes indukció alkalmazása oszthatósági feladatokra
 - Színezéses feladatok

TÉMAKÖR: Számelméleti ismeretek

JAVASOLT ÓRASZÁM: 23 + 18 óra

TANULÁSI EREDMÉNYEK

A témakör tanulása hozzájárul ahhoz, hogy a tanuló a nevelési-oktatási szakasz végére:

- Tájékozódjon a számok világában. Biztos számolási készsége legyen törtekkel is.
- A matematikai ismeretek és a mindennapi élet történései közötti kapcsolatot tudatosítsa.

A témakör tanulása eredményeként a tanuló

a 7. évfolyam végére:

- ismeri a prímszám és az összetett szám fogalmakat; el tudja készíteni összetett számok prímtényezősz felbontását 1000-es számkörben; ismeri a számelmélet alaptételét
- meghatározza természetes számok legnagyobb közös osztóját és legkisebb közös többszörösét;

- pozitív egész számok pozitív egész kitevőjű hatványát kiszámolja;
- négyzetszámok négyzetgyökét meghatározza;

-
- ismeri a maradékos osztást, a skatulya-elvet alkalmazza a maradékokra
 - ismeri az oszthatóság fogalmát és elemi tételeit valamint a nevezetes oszthatósági szabályokat (pl. 3-as, 4-es, 5-ös, 8-as és 6-os, 11-es)
 - pozitív egész számok osztóinak számát meg tudja határozni
 - prímszámok és négyzetszámok bizonyos osztási maradékainak ismerete

a 8. évfolyam végére:

- ismerjen meg további számrendszereket, legyen képes váltani a különböző számrendszerek között
- tudjon összeadni, szorozni bármely számrendszerben
- ismerje a számrendszer alapjához köthető oszthatósági szabályokat

FEJLESZTÉSI FELADATOK ÉS ISMERETEK

- Prímszámok, összetett számok kiválasztása a természetes számok közül
- Összetett számok prímtényező felbontásának ismerete és alkalmazása 1000-es számkörben
- Legnagyobb közös osztó és legkisebb közös többszörös meghatározása és alkalmazása
- Pozitív egész számok pozitív egész kitevőjű hatványának alkalmazása: prímtényező felbontás felírása hatványokkal, mértékegységek átváltása, számrendszerek helyi értékeinek felírása
- Négyzetszámok négyzetgyökének kiszámolása
- Relatív prímelek felismerése

-
- Oszthatóság fogalmának ismerete. Oszthatósági szabályok alkalmazása
 - Maradékos osztás ismerete, maradék fontossága feladatmegoldások során
 - Négyzetszámok végződése, osztási maradéka

FOGALMAK

prímszám, összetett szám, prímtényező felbontás, legnagyobb közös osztó, legkisebb közös többszörös, hatvány, hatványalap, hatványkitevő, hatványérték, négyzetszám, négyzetszámok négyzetgyöke
relatív prímelek

maradékos osztás, maradék

oszthatóság, oszthatóság elemi tételei, oszthatósági szabályok

JAVASOLT TEVÉKENYSÉGEK

- Eratoszthenészi szita alkalmazása prímelek keresésére
- Prímtényező felbontás kirakása színes rudakkal
- Prímtényező felbontás algoritmusának megmutatása
- „Bumm” játék a közös többszörösök felismerésére
- Legnagyobb közös osztó, legkisebb közös többszörös meghatározása prímtényezővel
- Legnagyobb közös osztó alkalmazása törtek egyszerűsítésére

- Legkisebb közös többszörös alkalmazása közös nevező meghatározására
 - „Bumm” játék a relatív prímek felismerésére
-

- „Mondd ki a százat!” játék
- Számrendszerekhez köthető versenyfeladatok megoldása (pl. Nemegy településen tilos az 1 számjegy, ... vagy Hogyan található ki, hogy a rab hány db almát evett? ...)
- Diofantoszi egyenletek megoldása különböző módszerekkel

TÉMAKÖR: Műveletek racionális számokkal, arányosság, százalékszámítás, hatvány, hatványazonosságok, négyzetgyökök

JAVASOLT ÓRASZÁM: 18 + 6 óra

TANULÁSI EREDMÉNYEK

A témakör tanulása hozzájárul ahhoz, hogy a tanuló a nevelési-oktatási szakasz végére:

- ismeri a számhalmazok épülésének matematikai vonatkozásait a természetes számoktól a valós számokig;
 - ismer példákat irracionális számokra.
-

- ismerje az egész kitevős hatványokat
- értse és alkalmazza a hatványozás azonosságait

A témakör tanulása eredményeként a tanuló

a 7. évfolyam végére:

- ismeri a százalék fogalmát, gazdasági, pénzügyi és mindennapi élethez kötődő százalékszámítási feladatokat megold;
 - idő, tömeg, hosszúság, terület, térfogat és űrtartalom mértékegységeket átvált helyi értékes gondolkodás alapján, gyakorlati célszerűség szerint.
-

- ismeri az egész kitevős hatványokat
- ismeri a Pitagorasz-tételt és alkalmazza számítási feladatokban.

a 8. évfolyam végére:

- érti és alkalmazza a hatványozás azonosságait

FEJLESZTÉSI FELADATOK ÉS ISMERETEK

- Egyenes és fordított arányosság felismerése és alkalmazása konkrét helyzetekben
- Egyenes arányosság grafikonjának megrajzolása
- Negatív egész számok pozitív egész kitevőjű hatványának alkalmazása
- 10 pozitív egész kitevőjű hatványainak alkalmazása a helyi érték táblázatban
- Műveletek végzése hatványokkal, hatványozás azonosságainak alkalmazása
- Pozitív egész számok négyzetgyökének észszerű pontossággal való megadása számológéppel
- Valóságos helyzetekhez kötődő százalékszámítás: áremelés, leárazás, egyszerű kamat, keverési feladatok megoldása, levegő összetétele, páratartalom

- Banki ajánlatok (ügycsomagok, számlavezetési, megbízási és tranzakciós díjak) összehasonlításával kapcsolatos feladatok megoldása
- Megtakarítási és hitelfelvételi lehetőségekkel kapcsolatos egyszerű feladatok megoldása
- A fordított arányosság és a mérés kapcsolatának felismerése
- Terület, térfogat, űrtartalom szabványmértékegységeinek ismerete és átváltása

FOGALMAK

fordított arányosság, százalék, terület, térfogat, űrtartalom szabványmértékegységei

aránypár, arányos osztás

hatványozás pozitív egész kitevővel; 0 a kitevő; negatív egész kitevő

pozitív egész számok négyzetgyöke

JAVASOLT TEVÉKENYSÉGEK

- Egyenesen arányos mennyiségpárok keresése például vásárlás, parkettázás, mérés, egyenletes mozgás (megtett út – sebesség, megtett út – menetidő) esetén
- A fordított arányosság megtapasztalása torta, csokoládé egyenlő részekre osztásával
- Fordítottan arányos mennyiségpárok keresése például munkavégzés, mérés, egyenletes mozgás (adott út megtételénél sebesség–menetidő) esetén
- Azonos területű, különböző téglalapok oldalhosszainak megfigyelése, összehasonlítása
- Százalékszámításhoz, arányossághoz kapcsolódó példák gyűjtése reklámújságokból, banki ajánlatokból, más tantárgyak tankönyvi témáiból; csoportmunkában a hozott példák, problémák feldolgozása és bemutatása; a tapasztalatok irányított összegzése
- Projektmunka, például összejövétel, jótékonyági süteményvásár, osztálykirándulás költségvetésének tervezése
- Terület, térfogat, űrtartalom mérése különböző alkalmi, objektív és szabványmértékegységekkel
- Annak megtapasztalása, hogy adott mennyiséget különböző egységekkel mérve a kisebb egységből több, a nagyobb egységből kevesebb szükséges
- A mérőszám változásának megfigyelése a mértékegység átváltása után
- Térfogat és űrtartalom mértékegységei közötti kapcsolat megmutatása, például 1 dm élű üreges kocka feltöltése 1 liter folyadékkal
- Arányos osztásra vonatkozó ismert „furfangos” feladatok bemutatása, hasonló feladatok készítése önállóan
- Négyzet kirakása kisebb egybevágó négyzetekkel
- Négyzet területéből a négyzet oldalának meghatározása, ha a terület mérőszáma négyzetszám
- Triminó a negatív egész számok pozitív egész kitevőjű hatványának alkalmazására
- 10 pozitív egész kitevőjű hatványainak megfigyelése a mértékváltásnál
- Dominó hatványokkal végzett műveletekhez
- Ismerkedés a zsebszámológép hatvány és négyzetgyök funkciójával

TÉMAKÖR: Egyenletek, szöveges feladatok. Egyenlőtlenségek (szorzatok és törtek előjelének vizsgálata)

JAVASOLT MINIMUM ÓRASZÁM: 20 + 8 óra

TANULÁSI EREDMÉNYEK

A témakör tanulása hozzájárul ahhoz, hogy a tanuló a nevelési-oktatási szakasz végére:

- különböző szövegekhez megfelelő modelleket készít.
- különböző szövegekhez megfelelő modelleket készít.

A témakör tanulása eredményeként a tanuló

a 7. évfolyam végére:

- egyszerű betűs kifejezésekkel összeadást, kivonást végez, és helyettesítési értéket számol;
- egy- vagy kéttagú betűs kifejezést számmal szoroz, két tagból közös számtényezőt kiemel;
- egyismeretlenes elsőfokú egyenletet lebontogatással és mérlegelvvel megold.
- matematikából, más tantárgyakból és a mindennapi életből vett egyszerű szöveges feladatokat következtetéssel vagy egyenlettel megold

-
- egyszerű elsőfokú egyenletet felír, megold, ellenőriz
 - elsőfokú egyenlőtlenségeket megold, az eredményt számegyenesen ábrázolja
 - szorzatok valamint törtek előjelével kapcsolatos feladatok

a 8. évfolyam végére:

- gazdasági, pénzügyi témájú egyszerű szöveges feladatokat következtetéssel vagy egyenlettel megold;
- gyakorlati problémák megoldása során előforduló mennyiségeknél becslést végez

-
- egyszerűbb szélsőérték feladatokat, bizonyítandó egyenlőtlenségeket megold

FEJLESZTÉSI FELADATOK ÉS ISMERETEK

- Hétköznapi problémák matematikai tartalmának formalizálása; betűk használata az ismeretlen mennyiségek jelölésére
- Egyszerű betűs kifejezések összeadása, kivonása
- Helyettesítési érték számolása
- Egytagú kifejezések számmal való szorzása
- Kéttagú betűs kifejezés számmal való szorzása
- Két tagból közös számtényező kiemelése
- Egyismeretlenes elsőfokú egyenlet megoldása lebontogatással
- Egyismeretlenes elsőfokú egyenlet megoldása mérlegelvvel
- Egyismeretlenes elsőfokú egyenlőtlenség megoldása mérlegelvvel
- Különböző szövegekhez megfelelő modell készítése (például szakaszos ábrázolás, visszafelé gondolkodás, táblázat, szabadkézi vázlatrajz, betűs kifejezések felírása)
- Matematikából, más tantárgyakból, gazdasági területekről és a mindennapi életből vett egyszerű szöveges feladatok megoldása következtetéssel vagy egyenlettel
- Ellenőrzés a szövegbe való visszahelyettesítéssel
- Pénzügyi tudatosság területét érintő feladatok megoldása
- Gyakorlati problémák megoldása során előforduló mennyiségek becslése

FOGALMAK

változó, együttható, helyettesítési érték, egytagú kifejezés, kéttagú kifejezés, egynemű kifejezés; kiemelés, egyenlet, lebontogatás, mérlegelv

egyenlet, azonosság, egyenlőtlenség, alaphalmaz, megoldáshalmaz

ellenőrzés

JAVASOLT TEVÉKENYSÉGEK

- Adott problémához többféle, ismeretlent tartalmazó műveletsor megadása, ezek közül a megfelelő kiválasztása
- Adott, ismeretlent tartalmazó műveletsorhoz szöveges feladat írása
- „Dominó”, „triminó” játékkal az eredeti kifejezés és az átalakított kifejezés párba állítása
- „Gondoltam egy számot” játék: a tanár néhány műveletből álló műveletssorral számoltatja a gyerekeket az általuk gondolt számmal. A tanulók megmondják a kapott végeredményt, és a tanár „kitalálja” a gondolt számot. A tanár többféle algoritmus után felajánlja a szerepcserét. A fejben alkalmazott lebontogatási stratégia felfedése és formális leírása
- Mérlegelv bevezetése kétkarú mérleg alkalmazásával
- Egyismeretlenes elsőfokú egyenlőtlenség megoldási algoritmusának bemutatása kétkarú mérleg alkalmazásával
- Szöveges feladatok megoldása csoportmunkában „feladatküldéssel”, „szakértői mozaik” alkalmazásával
- Gyűjtőmunka, csoportmunka, projekt készítése pénzügyi tudatosság területét érintő témák feldolgozására, például a háztartások bevételei és kiadásai: munkabér, bruttó bér, nettó bér, adó, kamat, társadalmi jövedelem (családi pótlék, nyugdíj), ösztöndíj, hitel;
- a költségvetés tervezése: háztartási napló, pénzügyi tervezés, egyensúly, többlet, hiány;
- egy tízenéves pénztárcája: zsebpénz, diákmunka, alkalmi jövedelmek, kimutatás a pénzmozgásokról, saját pénzügyi célok, tervek; korszerű pénzkezelés: bankszámla, bankkártyaválasztás, megtakarítások
- matematika más területeit érintő egyenlőtlenségek bizonyítása

TÉMAKÖR: Számolás betűt tartalmazó kifejezésekkel. Nevezetes azonosságok

JAVASOLT ÓRASZÁM: 12 + 18 óra

TANULÁSI EREDMÉNYEK

A témakör tanulása hozzájárul ahhoz, hogy a tanuló a nevelési-oktatási szakasz végére:

- betűs kifejezéseket át tudjon alakítani, összevonni, összeszorozni vagy szorzattá alakítani
- ismerje kéttagú kifejezések négyzetét, nevezetes azonosságait
- egyszerűbb paraméteres egyenleteket kezelni tudjon

A témakör tanulása eredményeként a tanuló

a 7. évfolyam végére:

- betűs kifejezések használata esetén tud zárójelet felbontani, beszorozni, egynemű tagokat összevonni
- képes algebrai kifejezések összeszorozására: egytagút egytagúval, egytagút kéttagúval, kéttagút kéttagúval
- ismeri kéttagú kifejezés négyzetének, $(a+b)(a-b)$ másik alakját

a 8. évfolyam végére:

- nevezetes azonosságokat magabiztosan alkalmazza

- másodfokú kifejezés esetén képes teljes négyzet kialakítására
- egyszerű másodfokú egyenletet meg tud oldani szorzattá bontással

FEJLESZTÉSI FELADATOK ÉS ISMERETEK

- Betűs kifejezések magabiztos átalakítása: összevonás, beszorzás, zárójel felbontása
- Algebrai kifejezések szorzása: egytagú egytagúval, egytagú kéttagúval, kéttagú kéttagúval
- Nevezetes azonosságok ismerete és alkalmazása
- Teljes négyzet fogalma és kialakítása

FOGALMAK

algebrai kifejezés, elsőfokú tag, másodfokú tag, együtttható, főegyütttható, fokszám, polinom, egyváltozós, kétváltozós

teljes négyzet

JAVASOLT TEVÉKENYSÉGEK

- Beszorzás és kiemelés rajzzal történő ábrázolása kéttagú kifejezés esetén
- Kéttagú kifejezés négyzetének ábrázolása rajzzal
- Kéttagú kifejezés köbének megismerése LEGO kockák segítségével
- Azonosságok felhasználása oszthatósági feladatok megoldásában
- Köbös azonosságok megismerése beszorzás eredményeként és a kapott azonosságok alkalmazása feladatok megoldására
- (Nagyon befogadó csoport esetén további összefüggések bizonyítása, alkalmazása)

TÉMAKÖR: Algebrai törtek

JAVASOLT ÓRASZÁM: 0 + 16 óra

TANULÁSI EREDMÉNYEK

A témakör tanulása hozzájárul ahhoz, hogy a tanuló a nevelési-oktatási szakasz végére:

- megismerje az algebrai tört fogalmát
- tudjon algebrai törteket egyszerűsíteni, bővíteni, összeadni, kivonni, szorozni, osztani
- képes legyen algebrai törtet tartalmazó egyenlet megoldására

A témakör tanulása eredményeként a tanuló

a 8. évfolyam végére:

- ismeri az algebrai tört fogalmát
- meg tudja állapítani az algebrai tört értelmezési tartományát
- tud algebrai törteket egyszerűsíteni, bővíteni, összeadni, kivonni, szorozni, osztani
- képes algebrai törtet tartalmazó egyenlet megoldására
- képes a tanultak alkalmazására

FEJLESZTÉSI FELADATOK ÉS ISMERETEK

- Algebrai törtek megismerése, értelmezési tartományuk meghatározása
- Műveletek algebrai törtekkel
- Egyenlet megoldás algebrai törtekkel
- Feladatok megoldása az algebrai törtek ismeretében

FOGALMAK

algebrai tört, algebrai tört értelmezési tartománya

algebrai törtek közös nevezője

JAVASOLT TEVÉKENYSÉGEK

- Adott algebrai törthöz konkrét feladatok keresése
- Egy feladat többszöri elvégzése különböző változók szerepeltetésével
- Állapítsuk meg, hogy mely n -re egész egy n -nel kifejezett algebrai tört, ahol n poz. egész!
- Becsüljük törteket tartalmazó összegeket! (2 hatványainak reciprokaiból álló összeget, majd harmonikus összeget, ...)
- Ismerkedjünk meg a teleszkopikus összegekkel, próbáljuk zárt alakban felírni értéküket!

TÉMAKÖR: Függvénytan

JAVASOLT ÓRASZÁM: 14 + 24 óra

TANULÁSI EREDMÉNYEK

A témakör tanulása hozzájárul ahhoz, hogy a tanuló a nevelési-oktatási szakasz végére:

- felismeri az egyenes és a fordított arányosságot konkrét helyzetekben;
- felismeri és megalkotja az egyenes arányosság grafikonját.
- különböző függvényeket ábrázolni és jellemezni tud

A témakör tanulása eredményeként a tanuló

a 7. évfolyam végére:

- felismeri az egyenes és a fordított arányosságot konkrét helyzetekben;
- felismeri és megalkotja az egyenes arányosság grafikonját;
- Ismeri a hozzárendelés; az értelmezési tartomány, a képhalmaz és az értékkészlet fogalmát;
- Ábrázolni tudja az $x \mapsto mx + b$ függvényt;
- Koordináta-rendszerben felvett nem függőleges egyenes grafikonja alapján képes azt $y = mx + b$ alakban felírni;
- Ismeri a zérushely fogalmát;
- Ismeri a monotonitás fogalmát;
- Jellemezni tudja az egyeneseket zérushely és monotonitás szempontjából;
- Érti a kapcsolatot az elsőfokú egyenletek és az elsőfokú függvények között;
- Képes elsőfokú egyenletet grafikus úton megoldani.

a 8. évfolyam végére:

- Ismeri az abszcissa és az ordináta fogalmát;
- Konkrét halmazok elemei között megfeleltetést hoz létre;
- Értéktáblázatok adatait grafikusán ábrázolja;
- Tudja ábrázolni az alábbi függvényeket: $x \mapsto ax^2 + bx + c$, $x \mapsto a|x + b| + c$, $x \mapsto \frac{a}{x+b} + c$;
- A tanult függvényeket tudja jellemezni az alábbiak szerint: értelmezési tartomány, értékkészlet, zérushely, szélsőérték, monotonitás;
- Képes kapcsolatot teremteni az egyenletek, egyenlőtlenségek, egyenletrendszerek, valamint a megfelelő függvények kötött, és ismeri azok grafikus úton történő megoldási lehetőségét.

FEJLESZTÉSI FELADATOK ÉS ISMERETEK

- Konkrét megfeleltetések legalább egy lehetséges szabályának megadása
- Egyszerű grafikonok jellemzése: növekedés – csökkenés, szélsőérték, tengelyekkel való metszéspont
- Konkrét halmazok elemei között megfeleltetés létrehozása
- Értéktáblázatok adatainak grafikus ábrázolása
- Az egyenes és a fordított arányosság felismerése konkrét helyzetekben
- Egyenes arányosság grafikonjának felismerése és megalkotása
- Ismeri az $x \mapsto ax^2 + bx + c$, $x \mapsto a|x + b| + c$, $x \mapsto \frac{a}{x+b} + c$ függvényeket

FOGALMAK

megfeleltetés; egyenes és fordított arányosság; grafikon

JAVASOLT TEVÉKENYSÉGEK

- A tanár által adott megfeleltetés szabályának felismerése
- Páros munkában saját szabály alkotása és felismertetése a társsal
- A megfeleltetések szabályainak megbeszélése, érdekességek megfigyelése
- Grafikonok gyűjtése reklámújságokból, banki ajánlatokból, más tantárgyak tankönyvi témáiból; csoportmunkában a hozott grafikonok jellemzése és bemutatása (plakát készítése); a tapasztalatok irányított összegzése
- Az egyenes és fordított arányosság mint speciális megfeleltetés bemutatása, az összetartozó értékpárok grafikus ábrázolása
- Különböző grafikonok közül az egyenes és a fordított arányosság grafikonjának kiválasztása

TÉMAKÖR: Síkbeli alakzatok

JAVASOLT ÓRASZÁM: 28 + 20 óra

TANULÁSI EREDMÉNYEK

A témakör tanulása eredményeként a tanuló

a 7. évfolyam végére:

- Ismeri és összetettebb ábrán képes azonosítani a nevezetes szögpárokat
- Ismeri a négyszögek tulajdonságait: belső és külső szögek összege, konvex és konkáv közti különbség, átló fogalma;
- Ismeri a speciális négyszögeket: trapéz, paralelogramma, téglalap, deltoid, rombusz, húrtrapéz, négyzet;
- Érti a négyszögek hierarchikus felépítését;
- Tud ellenpélda segítségével cáfolni;
- Ismeri a speciális négyszögek legfontosabb tulajdonságait, ezek alapján elkészíti a halmazábrájukat;
- A háromszögek és a speciális négyszögek tulajdonságait alkalmazza feladatok megoldásában;
- Meghatározza háromszögek és speciális négyszögek területét, területét;
- Ismeri a szabályos sokszög fogalmát;
- Ismeri a kör részeit; különbséget tesz egyenes, félegyenes és szakasz között.
- Meg tudja szerkeszteni egy háromszög beírt, köré írt, és hozzáírt köreit;
- Tudja a konvex sokszög belső szögeinek összegét, illetve átlóinak számát.
- Ismeri Thalész-tételét;

- Tudja bizonyítani Thalész tételét;
- A Thalész tételt segítségével tud szerkeszteni érintőt külső pontból körhöz;
- Ismeri a félszabályos háromszöget és alkalmazza feladatokban;
- Ismeri a Pitagorasz-tételt és alkalmazza számítási feladatokban;
- Tudja bizonyítani Pitagorasz tételét;
- Ismeri a pitagorasz-i számhármassok fogalmát;
- Pitagorasz tételét képes alkalmazni érintéssel feladatok esetén, felismeri, megkeresi a megfelelő derékszögű háromszögeket;
- Alkalmazza a Pitagorasz-tételt egyszerűbb térgeometriai számításokban.

a 8. évfolyam végére:

- Ismeri a 15° -os derékszögű háromszögre vonatkozó tételt;
- A Thalész tételt segítségével meg tudja szerkeszteni körök közös érintőit
- Ismer más bizonyítást Pitagorasz tételére az ismert bizonyításon kívül;
- Ismeri és tudja bizonyítani, hogy a háromszög oldalfelező merőlegesei, belső szögfelezői, magasságvonalai egy-egy pontban metszik egymást;
- Tapasztalatból tudja, hogy egy háromszög oldalán a háromszög beírt körének érintési pontja és az aktuális oldalhoz írt körének érintési pontja egymáshoz szimmetrikusan helyezkedik el az adott oldal oldalfelező pontjához képest
- Érti, hogy ha egy-egy alakzatnak több definíciója is lehetséges (pl. paralelogramma);
- **Képe van arról, hogy bizonyos geometriai objektumokat miért nem lehet definiálni.**

FEJLESZTÉSI FELADATOK ÉS ISMERETEK

- Háromszögek külső szögeinek összege
- Négyszögek tulajdonságainak ismerete és alkalmazása: belső és külső szögek összege, konvex és konkáv közti különbség, átló fogalma
- A speciális négyszögek (trapéz, paralelogramma, téglalap, deltoid, rombusz, húrtrapéz, négyzet) felismerése és legfontosabb tulajdonságai megállapítása ábra alapján; alkalmazásuk; halmazábra
- Háromszögek, speciális négyszögek kerületének, területének kiszámítása ábra alapján átdarabolással és tanult összefüggéssel; alkalmazások
- Pitagorasz-tétel ismerete és alkalmazása
- Körrel kapcsolatos fogalmak ismerete
- Ismerkedés a háromszög néhány nevezetes vonalával: oldalfelező merőleges, szögfelező, magasságvonal
- Szabályos sokszögek legfontosabb tulajdonságainak megállapítása ábra alapján
- Pitagorasz-i számhármassok

FOGALMAK

négyszög, konvex, konkáv, átló, trapéz, paralelogramma, deltoid, rombusz, húrtrapéz, körvonal, körlap, középpont, sugár, húr, átmérő, szelő, érintő, körívek
háromszög oldalfelező merőlegese, szögfelezője, magasságvonala, szabályos sokszög

Javasolt tevékenységek

- Párhuzamos szélű papírcsíkból négyszögek nyírása; a keletkező négyszögek csoportosítása; annak megfigyelése, hogy hogyan kell nyírni, hogy téglalapot kapjunk; téglalapból négyzet nyírása, négyzetből téglalap nyírása

- Papír négyszögek hajtogatásával, síktükör alkalmazásával szimmetriatulajdonságok megfigyelése; tulajdonságok gyűjtése páros munkában, a párok megoldásainak bemutatása; a tapasztalatok irányított összegzése, halmazábra készítése
- Négyszögeket tartalmazó készletekből adott szempontoknak megfelelő elemek válogatása
- „Rontó” játék speciális négyszögekkel
- Papírból készült háromszögek, speciális négyszögek átdarabolásának megmutatása
- Gyakorlati számolási feladatok megoldása, például papírsárkány készítéséhez szükséges papír területének becslése, számolása
- Matematikatörténeti vonatkozások gyűjtése, tanulói kiselőadás tartása
- Derékszög kijelölése csomós kötéllel
- Pitagoraszai számhármakok keresése
- Háromszögelési probléma megoldása derékszögű háromszöggel az osztályteremben, az iskola épületében és a játszótéren
- „Körjáték”: jelzésre labda gurítása húr mentén, átmérő mentén, sugár mentén
- A háromszög oldalfelező merőlegeseinek, szögfelezőinek, magasságvonalainak megszerkesztésével sejtések megfogalmazása a nevezetes pontokról és azok elhelyezkedéséről
- Csoportmunka, projekt készítése a szabályos sokszögek legfontosabb tulajdonságainak bemutatására
- Matematikatörténeti kutatómunka a pitagoraszai számhármakokról

TÉMAKÖR: Transzformációk, szerkesztések

JAVASOLT ÓRASZÁM: 22 + 20 óra

TANULÁSI EREDMÉNYEK

A témakör tanulása eredményeként a tanuló

a 7. évfolyam végére:

- Tisztában van az euklideszi szerkesztés lépéseivel;
- Megszerkeszti alakzatok tengelyes és középpontos tükröképét;
- Ismeri a tengelyes és a középpontos tükrözés definícióját;
- Megszerkeszti adott alakzat pont körüli elforgatottját;
- Ismeri a pont körüli forgatás definícióját;
- ismeri a tengelyes tükrözés, a középpontos tükrözés és a pont körüli forgatás tulajdonságait;
- Képes szerkesztést végezni GeoGebra segítségével;
- Ismeri a háromszögek egybevágóságának alapeseteit;
- Felismeri az alakzatok tengelyes, illetve középpontos szimmetriáját;
- Osztályozni tudja a négyszögeket tengelyes, illetve középpontos szimmetria szerint;
- Ismeri a forgásszimmetria fogalmát;
- Felismeri alakzatok forgásszimmetriáját;
- Képes adott adatok alapján háromszöget szerkeszteni;
- Ismer szimmetrián alapuló játékokat;

a 8. évfolyam végére:

- Tisztában van a szerkesztések diszkussziójával (hány megoldás van, van-e mindig megoldás)
- Ismeri a párhuzamos szelők tételét és annak megfordítását;
- Igazolni tudja a párhuzamos szelők tételét konkrét egész arányokra;

- Képes szakaszt két egész, illetve két racionális szám arányára osztani
- Ismeri a középpontos hasonlóság fogalmát és tulajdonságait;
- Képes megszerkesztteni adott alakzat középpontos hasonlóság során keletkezett képét
- Ismeri a súlypont fogalmát, és tudja, hogy a súlyvonalak, illetve a súlypontot a csúcsokkal összekötő szakaszok hogyan darabolják fel az eredeti háromszöget;
- Ismeri a vektor és a helyvektor fogalmát;
- Ismeri a vektorok összeadását, kivonását, illetve skalárszorosát;
- Fel tud bontani vektort összetevőkre;
- Ismeri az eltolás fogalmát és tulajdonságait;
- Képes adott alakzatot eltolni
- Ismeri a merőleges vetítést
- geometriai ismereteinek felhasználásával pontosan szerkeszt több adott feltételnek megfelelő ábrát;
- felismeri a kicsinyítést és a nagyítást hétköznapi helyzetekben;
- ismer és használ dinamikus geometriai szoftvereket, tisztában van alkalmazási lehetőségeikkel.

FEJLESZTÉSI FELADATOK ÉS ISMERETEK

- Középpontos tükrözés ismerete és alkalmazása
- Középpontosan szimmetrikus alakzatok felismerése a természetes és az épített környezetben
- Alakzatok középpontos tükrképének megszerkesztése
- Szerkesztéshez terv, előzetes ábra készítése
- Több adott feltételnek megfelelő ábra szerkesztése; diszkusszió
- Kicsinyítés és nagyítás felismerése hétköznapi helyzetekben
- Dinamikus geometriai szoftver használata

FOGALMAK

szimmetria-középpont, középpontos szimmetria, kicsinyítés, nagyítás

JAVASOLT TEVÉKENYSÉGEK

- Ábrák másolása másolópapír (például sütőpapír) segítségével; a másolat síkban való pont körüli elfordítása 180° -kal; tulajdonságok megfigyelése
- Osztályterem, iskola, közeli játszótér, park, tó, épület középpontosan szimmetrikus alakzatainak kiválasztása
- Középpontos tükrözésen alapuló szerkesztések elvégzése saját eszközökkel (körző, egyélű vonalzó)
- Szimmetria stratégiával nyerhető játékok, például 9 toll és kerek asztalra poharak elhelyezése
- Kicsinyítés és nagyítás megfigyelése, például háromszögvonalzó külső és belső pereme, makett, modell, tervrajz, fénykép, diavetítés, térkép, mikroszkóp, nagyító
- Szerkesztési feladatok megoldása során dinamikus geometriai szoftver megismerése; az euklideszi szerkesztési lépések követése a szoftverrel
- Ismer csak vonalzóval, vagy csak körzővel történő szerkesztési feladatokat
- Gyűjtőmunka: forgástestek a környezetünkben

TÉMAKÖR: Térgeometria

JAVASOLT ÓRASZÁM: 18 + 14 óra

TANULÁSI EREDMÉNYEK

A témakör tanulása hozzájárul ahhoz, hogy a tanuló a nevelési-oktatási szakasz végére:

- ismeri az idő, a tömeg, a hosszúság, a terület, a térfogat és az űrtartalom szabványmértékegységeit, használja azokat mérések és számítások esetén.

A témakör tanulása eredményeként a tanuló

a 7. évfolyam végére:

- A kocka, a téglatest, a hasáb és a gúla hálóját elkészíti;
- Testeket épít képek, nézetek, alaprajzok, hálók alapján;
- Ismeri a kocka, a téglatest, a hasáb és a gúla következő tulajdonságait: határoló lapok típusa, száma, egymáshoz viszonyított helyzete; csúcsok, élek száma; lapátló, testátló;
- Egyenes hasáb, téglatest, kocka alakú tárgyak felszínét és térfogatát méréssel megadja, egyenes hasáb felszínét és térfogatát képlet segítségével kiszámolja; a képleteket megalapozó összefüggéseket érti;
- A felszín és a térfogat esetén át tud váltani más mértékegységre;
- ismeri a gömb tulajdonságait;
- a kocka, a téglatest, a hasáb, a gúla, a gömb tulajdonságait alkalmazza feladatok megoldásában;
- ismeri az idő, a tömeg, a hosszúság, a terület, a térfogat és az űrtartalom szabványmértékegységeit, használja azokat mérések és számítások esetén.
- Pitagorasz-tétel segítségével ki tudja számolni hasáb lapátlóját, testátlóját.

a 8. évfolyam végére:

- Ismeri a térelemeket;
- Ismeri a térelemek kölcsönös helyzetét, hajlásszögét, távolságát;
- Ismeri és használja nevezetes testek felszínképletét: gömb, henger;
- Ismeri és használja nevezetes testek térfogatképletét: gömb, henger, kúp;
- Pitagorasz-tétel segítségével képes térgeometriai számításokra.

FEJLESZTÉSI FELADATOK ÉS ISMERETEK

- Környezetünk tárgyaiban a hasáb, a gúla és a gömb alakú testek felfedezése
- Hasáb és gúla tulajdonságainak ismerete és alkalmazása: határoló lapok típusa, száma, egymáshoz viszonyított helyzete; csúcsok, élek száma; lapátló, testátló
- Testek építése képek, nézetek, alaprajzok, hálók alapján
- Testek hálójának készítése
- A gömb tanult testektől eltérő tulajdonságai
- A gömb, mint a Föld modellje: hosszúsági körök, szélességi körök tulajdonságai, síkmetszetek
- Egyenes hasáb alakú tárgyak felszínének és térfogatának meghatározása méréssel és számolással
- Ismerkedés a forgáshengerrel és a forgáskúppal
- Ismer nevezetes testekre vonatkozóan felszín-, illetve térfogatképletet

FOGALMAK

hasáb, gúla, gömb, alaplapp, alapél, oldallapp, oldalél, testmagasság
forgáshenger, forgáskúp

JAVASOLT TEVÉKENYSÉGEK

- Osztályterem, iskola, iskola környékének megfigyelése geometriai szempontból (a testek kiválasztása)
- Hasáb és gúla alakú modell tulajdonságainak gyűjtése páros munkában, a párok megoldásainak összehasonlítása; a tapasztalatok irányított összegzése
- Egyéni munkában építmények, rajzok, hálók készítése; az alkotások összehasonlítása, megbeszélése, kiállítása az osztályteremben
- Zsinóros térgeometriai modellek készítése és használata
- A gömb speciális tulajdonságainak megfigyeléséhez testeket tartalmazó készletből elemek választása megadott szempontok alapján
- Földgömb bemutatása matematikai szempontból
- Tapasztalatszerzés a gömbi geometria alapjairól például narancson
- Egyenes hasáb alakú dobozok készítéséhez szükséges papír területének becslése, mérése, számolása
- Egyenes hasáb alakú üreges test „feltöltése” egységkockákkal (becslés, mérés, számolás)
- Forgástestek származtatása „zászlós” modellel; a forgáshenger és a forgáskúp kiválasztása
- Kombinatorikus geometriai feladatokat képes megoldani térben

TÉMAKÖR: Leíró statisztika

JAVASOLT ÓRASZÁM: 0 + 12 óra

TANULÁSI EREDMÉNYEK

A témakör tanulása eredményeként a tanuló

a 8. évfolyam végére:

- Képes táblázatba rendezni egy adatsokaság elemeit megfelelő szempontok szerint;
- Értelmezni tud táblázatokat, és a táblázat alapján képes különböző ábrázolási módokat alkalmazni: oszlopdiagram, kördiagram, vonaldiagram, pontdiagram;
- Képes hagyományos úton és digitális eszközökkel is ábrázolni;
- Különböző típusú diagramokat megfeleltet egymásnak;
- Ismer példákat az ábrázolással történő lehetséges manipulációkra
- Tisztában van azzal, hogy az egyes ábrázolási módoknak mik az előnyei és mik a hátrányai;
- Megadott szempont szerint adatokat gyűjt ki táblázatból, olvas le hagyományos vagy digitális forrásból származó diagramról, majd rendszerezés után következtetéseket fogalmaz meg;
- Tud példákat az életben az egyes ábrázolási módokra;
- Konkrét adatsor esetén átlagot számol, megállapítja a leggyakoribb adatot (módusz), a középső adatot (medián), és ezeket összehasonlítja;
- Intuitív módon tisztában van a szórás fogalmával, és konkrétan tud számolni átlagtól való abszolút eltérést.

FEJLESZTÉSI FELADATOK ÉS ISMERETEK

- Adathalmazok, egyszerű diagramok, táblázatok adatainak elemzése
- Adatok táblázatba rendezése, ábrázolása diagramon
- Különböző típusú diagramok megfeleltetése egymásnak
- Adatok gyűjtése táblázatból, leolvasása hagyományos vagy digitális forrásból származó diagramról megadott szempont szerint
- Adatok rendszerezése, következtetések megfogalmazása

- Konkrét adatsor leggyakoribb adatának (módusz) megtalálása, gyakorlati alkalmazása
- Rendezhető adatsor középső adatának (medián) megállapítása, gyakorlati alkalmazása
- Konkrét adatsor esetén átlag, leggyakoribb adat (módusz), középső adat (medián) megfigyelése, összehasonlítása
- Ismeri az abszolút eltérés fogalmát

FOGALMAK

oszlopdiagram, kördiagram, vonaldiagram, pontdiagram, hisztogram

JAVASOLT TEVÉKENYSÉGEK

- Megadott vagy a tanulók által gyűjtött adatok ábrázolása és elemzése csoportmunkában
- Projektmunka, például felmérés készítése zenehallgatási szokásokról, IKT-eszközök használatáról, sportolási szokásokról (gyűjtőmunka, a gyűjtött adatok bemutatása, megbeszélése, értelmezése, ábrázolása)
- Konkrét adathalmazok középérték-mutatóinak megállapítása és összehasonlítása csoportmunkában
- Ismeri a hisztogramot

TÉMAKÖR: Valószínűség-számítás

JAVASOLT ÓRASZÁM: 0 + 10 óra

TANULÁSI EREDMÉNYEK

A témakör tanulása eredményeként a tanuló

a 8. évfolyam végére:

- valószínűségi játékokat, kísérleteket végez, ennek során az adatokat tervszerűen gyűjti, rendezi és ábrázolja digitálisan is;
- valószínűségi játékokban érti a lehetséges kimeneteleket, játékában stratégiát követ;
- ismeri a kísérlet, kimenetel, elemi események fogalmát
- ismeri a gyakoriság és a relatív gyakoriság fogalmát. Ismereteit felhasználja a „lehetetlen”, a „biztos” és a „kisebb/nagyobb eséllyel lehetséges” kijelentések megfogalmazásánál
- ismeri az esemény fogalmát és az események közötti műveleteket
- ismeri és alkalmazza a klasszikus valószínűség-számítási modellt

FEJLESZTÉSI FELADATOK ÉS ISMERETEK

- Valószínűségi játékok, kísérletek; az adatok tervszerű gyűjtése, rendezése és ábrázolása digitálisan is
- Valószínűségi játékok lehetséges kimeneteleinek ismeretében stratégia követése
- Az esély intuitív fogalmának felhasználása a „lehetetlen”, a „biztos” és a „kisebb/nagyobb eséllyel lehetséges” kijelentések megfogalmazásánál
- Kísérlet, kimenetel, elemi esemény, esemény, események közötti műveletek ismerete
- A gyakoriság és relatív gyakoriság ismerete és alkalmazása a kísérletezés során
- Valószínűség és a valószínűség tulajdonságai
- A klasszikus valószínűség-számítási modell ismerete és alkalmazása

FOGALMAK

Kísérlet, kimenetel, elemi esemény, esemény, események közötti műveletek, esély, gyakoriság, relatív gyakoriság, valószínűség, klasszikus vagy kombinatorikus valószínűség-számítási modell

JAVASOLT TEVÉKENYSÉGEK

- Játék dobókockákkal, dobótestekkel, pénzérmékkel, szerencsekerékkel, Galton-deszkával, zsákba helyezett színes golyókkal
- Játék eseménykártyákkal gyakoriság becslésére: mindenki előtt ott van minden eseménykártya, amelyekre a tanulók a játék elején tetszés szerint kiraknak 10-10 zsetont; sorban végezzük a kísérleteket; amelyik kártyán levő esemény bekövetkezett, arról a kártyáról levehet a játékos egy zsetont; az győz, akinek a kártyáiról leghamarabb elfogynak a zsetonok
- Játék számkorongokkal: 3 korong piros és kék oldalára is számokat írtunk; feldobjuk egyszerre a 3 korongot; kártyákra eseményeket írunk a dobott számok összegére, szorzatára vonatkozó tulajdonságokkal; figyeljük meg, van-e lehetetlen, van-e biztos esemény; tippeljünk az események gyakoriságára
- Folyón átkelés gyakoriság becslésére: rakj ki 10 korongot az 1–13 számokhoz a folyó egyik partjára; két kockával dobunk, a dobott számok összegénél álló korong átkelhet a folyón; az győz, akinek először átmegy az összes korongja
- Kocka alakú, számozott lapú doboz egyik lapjára belül nehezéket ragasztunk; dobások eredményének megfigyelésével ki kell találni, melyik lapra ragasztottunk nehezéket
- 21-ezés különbözőképpen számozott dobókockákkal, dominókkal
- „Nem hiszem” páros játék: egyik játékos események bekövetkezésének esélyeiről fogalmaz meg állítást (például nagyobb eséllyel lehetséges számozott dodekaéder dobótesttel prímszámot dobni, mint összetett számot), a másik játékos dönt ennek igazságáról; a játékot az a tanuló nyeri, aki igazat állít
- „Szavazós” játék páros vagy csoportmunkában: valószínűségi játék vagy kísérlet előtt a tanulók összegyűjtik a lehetséges kimeneteket, majd egyesével tippelnek a bekövetkezési esélyekről